

ĐÁP ÁN CHÍNH THỨC

Môn thi: TOÁN (không chuyên)

Ngày thi: 24/05/2026

(Đáp án gồm 05 trang)

Thời gian làm bài: 150 phút (không kể thời gian phát đề)

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM (2 điểm).

Học sinh kẻ bảng sau vào giấy làm bài thi và trả lời các câu hỏi trắc nghiệm bằng cách:

- Ghi 01 ký tự A hoặc B hoặc C hoặc D vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.
- Bỏ câu trả lời (nếu có) bằng cách gạch chéo ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) đã ghi và ghi lại 01 ký tự (A hoặc B hoặc C hoặc D) vào ô trả lời tương ứng với đáp án của câu hỏi.
- Bảng dưới đây là để minh họa, thí sinh không làm bài trên đề.

Câu hỏi	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Câu trả lời	A	C	D	C	C	B	D	A	B	D

Câu 1. Biểu thức $\frac{3x}{\sqrt{x-3}+2} + \frac{2x^2}{x-5}$ xác định khi và chỉ khi:

- A. $x \geq 3$ và $x \neq 5$. B. $x > 3$ và $x \neq 5$. C. $x \geq 3$. D. $x > 5$.

Câu 2. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , đường thẳng $d: y = 2x + 1$ và đường parabol $P: y = x^2 - 2$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt có tọa độ là $(x_1; y_1)$ và $(x_2; y_2)$. Giá trị của $x_1 + x_2 - x_1x_2$ là:

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 6

Câu 3. Các đoạn thẳng BF và CE cắt nhau tại A . Biết $AB = BC, AE = AF$ và $\widehat{AEF} = 50^\circ$. Gọi H là trực tâm của tam giác ABC . Góc \widehat{AHC} bằng:

- A. 100° B. 120° C. 140° D. 160° .

Câu 4. Biết phương trình $x + \frac{2}{x} = 4$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 . Giá trị của $\frac{x_1}{x_2} + \frac{x_2}{x_1}$ là:

- A. 2 B. 4 C. 6 D. 8.

Câu 5. Cho AB, AC là các tiếp tuyến của đường tròn (O) với B, C là các tiếp điểm. Biết $OA = 2$ và bán kính đường tròn (O) bằng 1. Độ dài BC là:

- A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{3}{\sqrt{2}}$ C. $\sqrt{3}$ D. 2.

Câu 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , hai đường thẳng phân biệt $d_1: y = (9 - m^2)x + 5$ và $d_2: y = 5x + m + 7$ song song với nhau khi và chỉ khi giá trị của m là:

- A. $m = 2$ hoặc $m = -2$ B. $m = 2$
C. $m = -2$ D. Không có giá trị thỏa mãn.

Câu 7. Cho các số thực a, b, c, d, e thỏa mãn: $a + b + 2 = b + c - 1 = c + d + 3 = d + e - 2 = e + a + 1$. Số lớn nhất trong các số đã cho là:

- A. b B. c C. d D. e.

Câu 8. Cho phương trình $x^2 - 2mx - 3m^2 + 4m - 1 = 0$. Số giá trị của tham số m để phương trình có đúng một nghiệm là:

- A. 1 giá trị
 B. 2 giá trị
 C. 3 giá trị
 D. Không có giá trị thỏa mãn

Câu 9. Cho tứ giác $ABCD$ có $\widehat{DAB} = \widehat{ABC} = 90^\circ$, $\widehat{BCD} = 45^\circ$ và $AB = AD = 1$. Gọi M, N tương ứng là trung điểm AB, CD . Độ dài của MN là:

- A. $\sqrt{2}$
 B. $\frac{3}{2}$
 C. 1
 D. $\sqrt{3}$.

Câu 10. Trong một năm nọ, người ta nhận thấy tháng 8 có đúng 4 ngày thứ tư và 4 ngày chủ nhật. Hỏi ngày 31 tháng 8 là thứ mấy?

- A. Thứ tư
 B. Thứ năm
 C. Thứ sáu
 D. Thứ bảy.

B. PHẦN TỰ LUẬN (8 điểm).

Câu 1 (1 điểm).

a) Chứng minh rằng $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

b) Chứng minh rằng $\sqrt{3 + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} = \frac{2}{\sqrt{3}-1}$.

Đáp án.

a) (0.5 điểm) Ta có: $\sqrt{4 - 2\sqrt{3}} = \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2} = \sqrt{3} - 1 = \frac{(\sqrt{3}-1)(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}+1} = \frac{2}{\sqrt{3}+1}$.

b) (0.5 điểm) Ta có:

$$\begin{aligned} \sqrt{3 + \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} + \sqrt{4 - 2\sqrt{3}}} &= \sqrt{3 + \sqrt{(\sqrt{3} + 2)^2} + \sqrt{(\sqrt{3} - 1)^2}} = \sqrt{4 + 2\sqrt{3}} \\ &= \sqrt{(\sqrt{3} + 1)^2} = \sqrt{3} + 1 = \frac{2}{\sqrt{3} - 1}. \end{aligned}$$

Câu 2 (1.5 điểm). Cho các phương trình: $x^2 - mx + 1 = 0$ (1) và $x^2 - x + m = 0$ (2), trong đó m là tham số.

- a) Tìm m để phương trình (1) vô nghiệm và phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt.
 b) Tìm m để cả hai phương trình đều có hai nghiệm phân biệt và tổng bình phương của hai nghiệm bằng nhau.

Đáp án.

a) (0.75 điểm)

Để (1) vô nghiệm thì $\Delta = m^2 - 4 = (m - 2)(m + 2) < 0$, tương đương $-2 < m < 2$. (0.25 đ)

Để (2) có hai nghiệm phân biệt thì $\Delta = 1 - 4m > 0$, tương đương $m < \frac{1}{4}$.

Kết hợp hai điều kiện ta có $-2 < m < \frac{1}{4}$.

b) (0.75 điểm)

Áp dụng định lý Vi-ét, tổng bình phương 2 nghiệm của phương trình (1) là $m^2 - 2$ và của phương trình (2) là $1 - 2m$. (0.25đ)

Hai tổng bình phương bằng nhau khi $m^2 - 2 = 1 - 2m$, suy ra $(m + 3)(m - 1) = 0$, suy ra $m = -3$ hoặc $m = 1$.

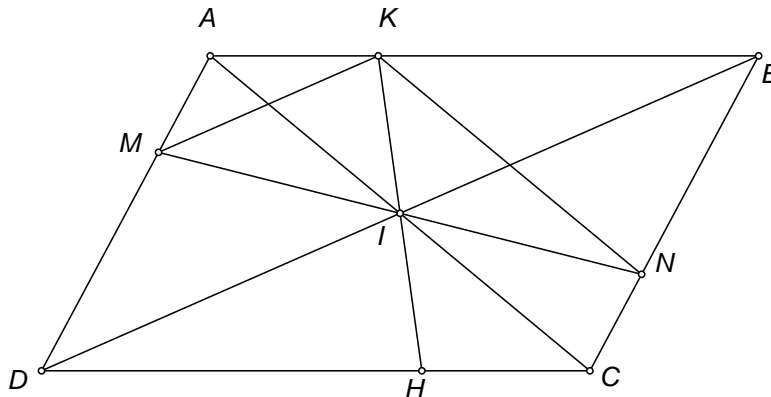
Thử lại ta thấy $m = -3$ thỏa mãn còn $m = 1$ không thỏa mãn (phương trình (1) vô nghiệm).

Câu 3 (1.5 điểm). Cho hình bình hành $ABCD$ có I là giao điểm của các đường chéo AC và BD . Gọi K là một điểm trên cạnh AB . Lấy các điểm M trên cạnh AD và N trên cạnh BC sao cho KM song song với BD và KN song song với AC .

a) Chứng minh rằng I là trung điểm của MN .

b) Tìm tỉ số $\frac{AK}{AB}$ sao cho diện tích tam giác KMN bằng $\frac{2}{9}$ diện tích hình bình hành $ABCD$.

Đáp án.



a) (0.75 điểm)

Do KM song song với BD nên $\frac{AK}{AB} = \frac{AM}{AD}$. Do KN song song với AC nên $\frac{AK}{AB} = \frac{CN}{CB}$. Suy ra $\frac{AM}{AD} = \frac{CN}{CB}$.
Mà $AD = BC$ ($ABCD$ là hình bình hành), nên $AM = CN$.

Tứ giác $AMCN$ có hai cạnh đối song song và bằng nhau nên là hình bình hành.

Từ đây suy ra AC cắt MN giao nhau ở trung điểm. Nói cách khác, I cũng là trung điểm MN . (0.25đ)

b) (0.75 điểm)

Đặt $a = \frac{AK}{AB}$.

Lấy điểm H đối xứng với K qua I . Các tứ giác $AKCH, MKNH$ có hai đường chéo giao nhau ở trung điểm nên là hình bình hành. Suy ra CH song song và bằng với AK . Suy ra $\frac{CH}{CD} = a$.

Ta có $\frac{S_{AKM}}{S_{ABD}} = \frac{AK}{AB} \cdot \frac{AM}{AD} = a^2, \frac{S_{CHN}}{S_{CBD}} = \frac{CH}{CD} \cdot \frac{CN}{CB} = a^2$, suy ra $\frac{S_{AKM} + S_{CHN}}{S_{ABCD}} = a^2$.

Tương tự ta có $\frac{S_{BKN}+S_{DHM}}{S_{ABCD}} = (1 - a)^2$.

Từ hai đẳng thức trên ta có:

$$2 \cdot \frac{2}{9} = \frac{2S_{KMN}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{MKNH}}{S_{ABCD}} = \frac{S_{ABCD} - (S_{AKM} + S_{CHN} + S_{BKN} + S_{DHM})}{S_{ABCD}} = 1 - a^2 - (1 - a)^2.$$

Rút gọn ta thu được $a^2 - a + \frac{2}{9} = \left(a - \frac{1}{3}\right)\left(a - \frac{2}{3}\right) = 0$. Suy ra $a = \frac{1}{3}$ hoặc $a = \frac{2}{3}$.

Thử lại ta thấy cả hai giá trị đều thỏa mãn.

Câu 4 (1.5 điểm). Trường X tổ chức một trại hè quốc tế, trong đó bao gồm một số học sinh Việt Nam và một số học sinh nước ngoài tham gia. Ban tổ chức muốn ghép cặp một số học sinh để giao lưu văn hóa, mỗi cặp gồm đúng 1 học sinh Việt Nam và 1 học sinh nước ngoài, và mỗi học sinh chỉ được tham gia tối đa một cặp. Ngày đầu tiên có đúng $\frac{1}{2}$ số học sinh Việt Nam và $\frac{2}{3}$ số học sinh nước ngoài được ghép cặp thành công.

- Tính tỉ lệ tổng số học sinh được ghép cặp trên tổng số học sinh tham gia trại hè sau ngày đầu.
- Ngày thứ hai có thêm 6 học sinh nữa được ghép thành 3 cặp mới. Khi đó, tỉ lệ tổng số học sinh được ghép cặp trên tổng số học sinh tham gia trại hè bằng $\frac{5}{7}$. Tìm số học sinh Việt Nam và số học sinh nước ngoài tham gia trại hè ban đầu.

Đáp án.

a) (0.75 điểm)

Gọi x và y tương ứng là số học sinh Việt Nam và số học sinh nước ngoài tham gia trại hè. Từ điều kiện của đề bài, số cặp ghép sau ngày đầu là $\frac{x}{2} = \frac{2y}{3}$. Từ đây suy ra $y = \frac{3x}{4}$.

Tổng số học sinh được ghép cặp thành công sau ngày đầu là $2 \cdot \frac{x}{2} = x$. Mặt khác tổng số học sinh tham gia trại là $x + y = x + \frac{3}{4}x = \frac{7}{4}x$.

Do đó tỉ lệ cần tính là $x : \left(\frac{7}{4}x\right) = \frac{4}{7}$.

b) (0.75 điểm)

Tổng số học sinh được ghép cặp sau ngày hai là $x + 6$. Tỉ lệ tổng số học sinh được ghép trên tổng số học sinh tham gia lúc sau là $(x + 6) : \frac{7}{4}x = \frac{4}{7} + \frac{24}{7x}$. (0.25 đ)

Do đó $\frac{4}{7} + \frac{24}{7x} = \frac{5}{7}$, suy ra $x = 24$ và $y = \frac{3}{4}x = 18$.

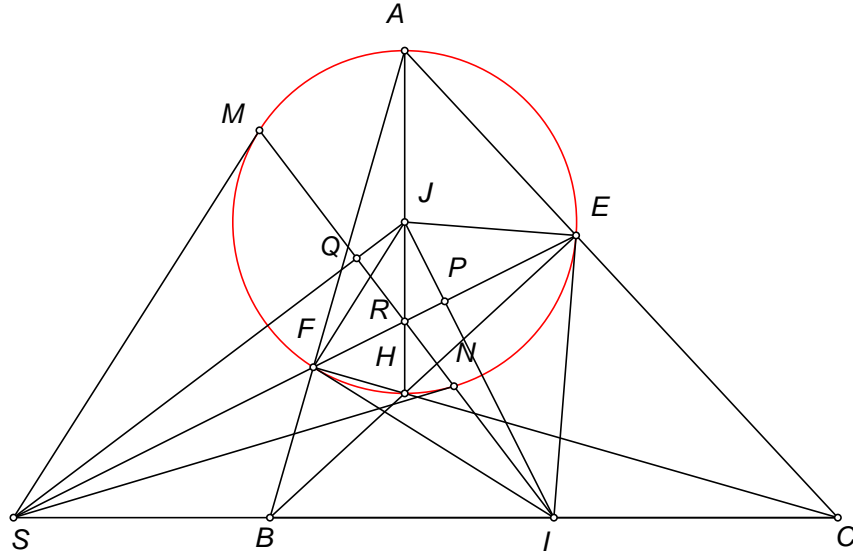
Câu 5 (2.5 điểm). Cho tam giác ABC nhọn ($AB < AC$) có H là trực tâm, E, F lần lượt là chân các đường cao kẻ từ B, C . Gọi I, J tương ứng là trung điểm của BC, AH ; gọi R, S tương ứng là giao điểm của EF với AH, BC .

a) Chứng minh rằng $IE = IF = \frac{BC}{2}$ và $JE = JF = \frac{AH}{2}$.

b) Chứng minh rằng tứ giác $IEJF$ nội tiếp và R là trực tâm của tam giác SIJ .

c) Gọi (J) là đường tròn đường kính AH . Đường thẳng IR cắt (J) tại M và N . Chứng minh rằng $IM \cdot IN = \frac{BC^2}{4}$ và SM, SN tiếp xúc với (J) .

Đáp án.



a) (0.5 điểm)

I là trung điểm BC nên I là tâm đường tròn (I) đường kính BC . Do E, F là chân các đường cao kẻ từ B và C nên chúng thuộc (I) . Suy ra $IE = IF = \frac{BC}{2}$.

J là trung điểm AH nên J là tâm đường tròn (J) đường kính AH . Do $\widehat{AEH} = \widehat{AFH} = 90^\circ$ nên E, F thuộc (J) . Suy ra $JE = JF = \frac{AH}{2}$.

b) (1 điểm)

Từ kết quả ở a) ta có $JA = JE, IE = IC$, suy ra $\widehat{JAE} = \widehat{JEA}, \widehat{IEC} = \widehat{ICE}$, kéo theo $\widehat{JEA} + \widehat{IEC} = \widehat{JAE} + \widehat{ICE} = 90^\circ$. Suy ra $\widehat{IEJ} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Tương tự ta suy ra $\widehat{IFJ} = 90^\circ$. Vậy tứ giác $IEFJ$ nội tiếp đường tròn đường kính IJ .

Từ kết quả ở IJ là trung trực EF , suy ra $IJ \perp EF$, hay SR vuông góc IJ .

Mặt khác, ta có $JR \perp SI$, suy ra R là trực tâm tam giác SIJ .

c) (1 điểm)

Ta có $IM \cdot IN = IE^2 = IJ^2 - JE^2$.

Mà $\widehat{IEJ} = 90^\circ$ nên $IJ^2 - JE^2 = IE^2 = \frac{BC^2}{4}$.

Gọi P là giao điểm của IJ và RS ; Q là giao điểm của MN và IS . Do R là trực tâm SIJ , ta có $JQ \cdot JS = JP \cdot JI$. Mặt khác, từ $JP \cdot JI = JE^2 = JM^2$, ta suy ra $JQ \cdot JS = JM^2$.

Từ đây ta suy ra tam giác JQM đồng dạng với tam giác JMS , suy ra $\widehat{JMS} = 90^\circ$. Vậy SM tiếp xúc với (J) . Tương tự ta chứng minh được SN tiếp xúc với (J) .