

ĐÁP ÁN GỢI Ý ĐỀ THI MÔN TOÁN TUYỂN SINH 10 TP HCM NĂM 2026

Câu 1.

a) Thí sinh tự làm

b) Ta có  $y_M = \frac{1}{4}x_M^2 = \frac{1}{4} \cdot (6)^2 = 9$ . Vậy tọa độ điểm M cần tìm là  $M(6,9)$ .

Câu 2.

a) Vì  $\Delta = 3^2 - 4 \cdot 2 \cdot (-4) = 41 > 0$  nên phương trình đã cho có hai nghiệm phân biệt.

b)  $A = x_1^2 + x_2^2 + \frac{1}{2}x_1 + \frac{1}{2}x_2 = (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 + \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ .

Thay  $x_1 + x_2 = \frac{3}{2}, x_1x_2 = -2$ , ta được  $A = \left(\frac{3}{2}\right)^2 - 2 \cdot (-2) + \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{2} = 7$ .

Câu 3.

a) Số học sinh tham gia khảo sát là  $12 + 28 + 30 + 20 + 10 = 100$ .

b) Xác suất cần tìm là  $P(A) = \frac{30}{100} = \frac{3}{10}$ .

c) Số học sinh sử dụng điện thoại không quá 3 giờ một ngày là  $12 + 28 + 30 = 70$ .

Xác suất cần tìm là  $P(B) = \frac{70}{100} = \frac{7}{10}$ .

Câu 4.

a) Diện tích phần làm nhà ở là

$$S_N = (x+9-15)(x-11) = (x-6)(x-11) = x^2 - 17x + 66 (m^2).$$

b) Diện tích của toàn mảnh đất là  $S = x(x+9) = x^2 + 9x (m^2)$ . Theo đề bài ta có

$$S = 8S_N \Leftrightarrow x^2 + 9x = 8(x^2 - 17x + 66) \Leftrightarrow 7x^2 - 145x + 528 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 16 (\text{chon}) \\ x = 33/7 (\text{loai}). \end{cases}$$

Vậy chiều dài và chiều rộng của mảnh đất lần lượt là 25m và 16m.

Câu 5.

a) Thể tích cần tìm là

$$V = V_{uru} + \frac{1}{2}V_{cau} = \pi \cdot R^2 \cdot h + \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 \approx 3.14 \cdot 4^2 \cdot 20 + \frac{2}{3} \cdot 3.14 \cdot 4^3 \approx 1139 (cm^3).$$

b) Diện tích xung quanh của cái bình là

$$S_{xq} = S_{day} + S_{xquru} + \frac{1}{2}S_{cau} = \pi \cdot R^2 + 2 \cdot \pi \cdot R \cdot h + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot \pi \cdot R^2 = \pi R(R + 2h + 2R) = \pi R(3R + 2h).$$

Thay số ta có  $S_{xq} \approx 3,14 \cdot 4 \cdot (3 \cdot 4 + 2 \cdot 20) = 3,14 \cdot 208 = 653,12 (cm^2) = 0,065312 (m^2)$ .

Vậy chi phí để sơn một bình inox là

$$T = S_{xq} \cdot 210000 = 0,065312 \cdot 210000 = 13715,52 (\text{dong}) \approx 14000 (\text{dong}).$$

Câu 6. Gọi  $x$  (ngày) và  $y$  (ngày) lần lượt là số ngày đội A và đội B làm riêng hết công việc ( $x, y > 0$ ). Tức là trong mỗi ngày đội A và đội B lần lượt làm được  $1/x$  và  $1/y$  công việc. Vậy nếu

hai đội làm chung trong một ngày thì cả hai đội làm được  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$  công việc

Ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{2y}{3} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + 6 \\ \frac{y}{3} + \frac{2x}{3} = \frac{1}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - x = 6 \\ x + 2y = \frac{3xy}{x+y} + 18 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ (2x+6)(3x+12) = 3x(x+6) + 18(2x+6) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ 3x^2 - 12x - 36 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x^2 - 4x - 12 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x + 6 \\ x = 6 (\text{nhận}) \text{ hay } x = -2 (\text{loại}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 12 \end{cases}$$

Nếu hai đội cùng làm thì sẽ xong trong  $\frac{1}{\frac{1}{6} + \frac{1}{12}} = 4$  ngày.

**Bài 6.** (Cách khác)

Gọi thời gian dự kiến hoàn thành là  $d$  (ngày), thời gian đội A, B làm một mình xong việc lần lượt là  $x, y$  (ngày) ( $x, y > 0$ ).

Năng suất chung:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1}{d}$ .

Đội A làm  $\frac{1}{3}$  việc, B làm  $\frac{2}{3}$  việc hết  $d + 6$  ngày  $\Rightarrow \frac{x}{3} + \frac{2y}{3} = d + 6$  (1).

Đội B làm  $\frac{1}{3}$  việc, A làm  $\frac{2}{3}$  việc hết  $d + 4$  ngày  $\Rightarrow \frac{2x}{3} + \frac{y}{3} = d + 4$  (2).

Lấy (1) trừ (2) ta có:  $-\frac{x}{3} + \frac{y}{3} = 2 \Rightarrow y = x + 6$ .

Lấy (1) cộng (2) ta có:  $x + y = 2d + 10 \Rightarrow d = \frac{x+y-10}{2} = \frac{2x-4}{2} = x - 2$ .

Thay vào pt năng suất chung:  $\frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{1}{x-2} \Leftrightarrow \frac{2x+6}{x(x+6)} = \frac{1}{x-2}$

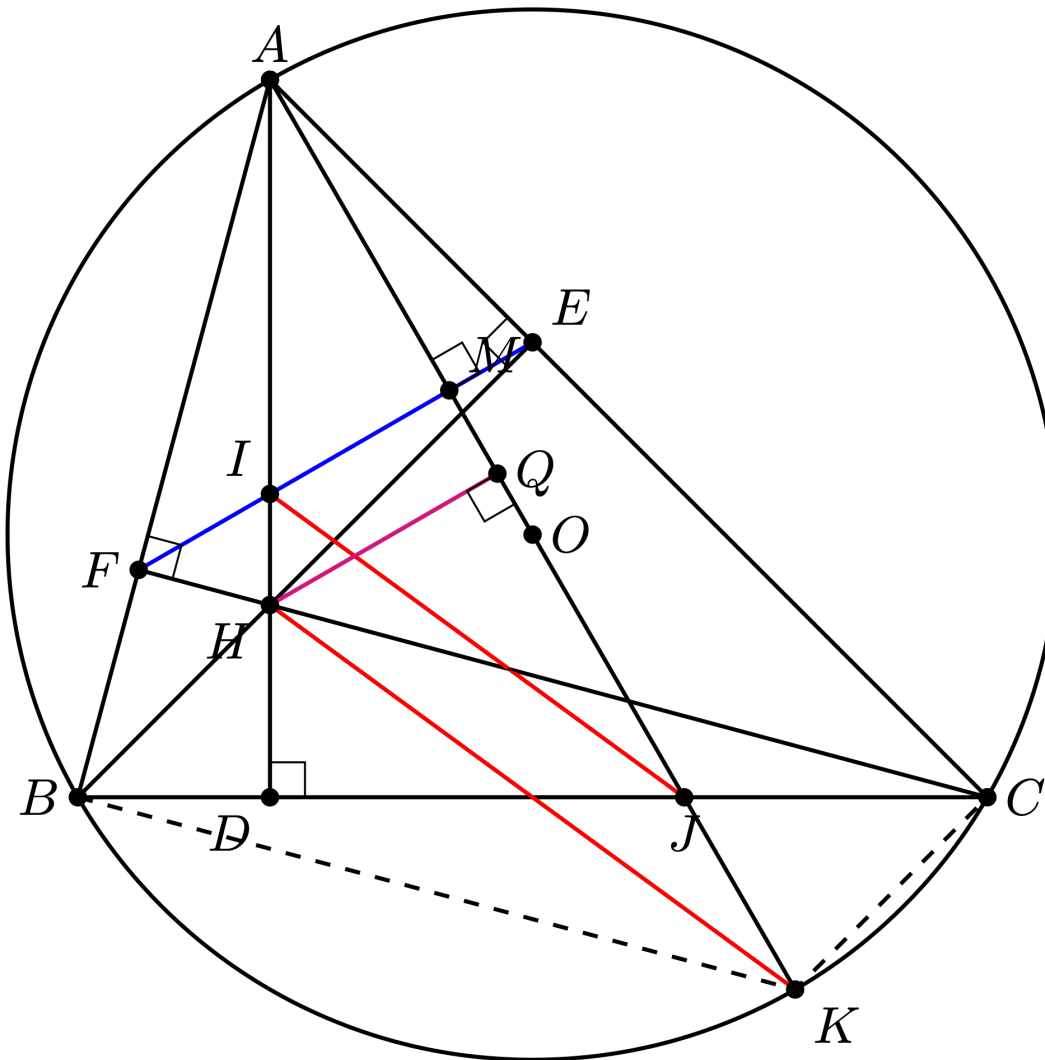
$\Rightarrow (2x+6)(x-2) = x(x+6) \Leftrightarrow 2x^2 + 2x - 12 = x^2 + 6x \Leftrightarrow x^2 - 4x - 12 = 0$ .

Giải pt ta được  $x = 6$  (nhận) hoặc  $x = -2$  (loại).

$\Rightarrow y = 12 \Rightarrow d = 4$ .

Vậy hai đội dự kiến cùng làm chung và xong công việc trong 4 ngày.

**Bài 7.** Cho tam giác  $ABC$  nhọn nội tiếp đường tròn  $(O; R)$  ( $AB < AC$ ) có các đường cao  $AD, BE, CF$  cắt nhau tại  $H$ .



**a) Chứng minh tứ giác  $BFEC$  nội tiếp**

Ta có  $\widehat{BFC} = \widehat{BEC} = 90^\circ$  do  $CF \perp AB$  và  $BE \perp AC$ .

Xét tứ giác  $BFEC$ , hai đỉnh kề nhau  $F$  và  $E$  cùng nhìn cạnh đối diện  $BC$  dưới một góc vuông.

$\Rightarrow$  Tứ giác  $BFEC$  nội tiếp đường tròn đường kính  $BC$ .

**b) Chứng minh  $\Delta ABD \sim \Delta AKC$  và  $AF \cdot AK = AH \cdot AC$**

Xét  $\Delta ABD$  và  $\Delta AKC$ , ta có:

$$\widehat{ADB} = \widehat{ACK} = 90^\circ \quad (\text{do } AD \perp BC \text{ và } AK \text{ là đường kính})$$

$$\widehat{ABD} = \widehat{AKC} \quad (\text{hai góc nội tiếp cùng chắn cung } AC)$$

$\Rightarrow \Delta ABD \sim \Delta AKC$  (g.g)  $\Rightarrow \widehat{BAD} = \widehat{KAC}$  (hay  $\widehat{FAH} = \widehat{KAC}$ ).

Xét tiếp  $\Delta AFH$  và  $\Delta AKC$ , ta có:

$$\begin{aligned}\widehat{AFH} &= \widehat{ACK} = 90^\circ \\ \widehat{FAH} &= \widehat{KAC} \quad (\text{chứng minh trên})\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta AFH \sim \Delta AKC \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AF}{AK} = \frac{AH}{AC} \Rightarrow AF \cdot AC = AH \cdot AK.$$

c) Gọi  $I = EF \cap AH$  và  $J = AK \cap BC$

i) Chứng minh  $HK \parallel IJ$

Do tứ giác  $BFEC$  nội tiếp  $\Rightarrow \widehat{AFE} = \widehat{ACB}$  (góc ngoài bằng góc trong đỉnh đối diện).  
Xét  $\Delta AFI$  và  $\Delta ACJ$ , ta có:

$$\begin{aligned}\widehat{AFI} &= \widehat{ACJ} \quad (\text{do } \widehat{AFE} = \widehat{ACB}) \\ \widehat{FAI} &= \widehat{CAJ} \quad (\text{do } \widehat{FAH} = \widehat{KAC})\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \Delta AFI \sim \Delta ACJ \text{ (g.g)} \Rightarrow \frac{AI}{AJ} = \frac{AF}{AC}.$$

$$\text{Mà từ kết quả câu b, } \Delta AFH \sim \Delta AKC \Rightarrow \frac{AH}{AK} = \frac{AF}{AC}.$$

$$\text{Suy ra } \frac{AI}{AJ} = \frac{AH}{AK} \Rightarrow \frac{AI}{AH} = \frac{AJ}{AK}.$$

Theo định lý Thales đảo trong  $\Delta AHK$ , ta thu được  $IJ \parallel HK$ .

ii) Biết  $\widehat{BAC} = 60^\circ$ ,  $\widehat{ACB} = 45^\circ$ , tính diện tích tam giác  $IHK$  theo  $R$

Trong tam giác  $ABC$ , ta dễ dàng tính được  $\widehat{ABC} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ$ .

Từ đó suy ra  $\widehat{BAH} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$  và  $\widehat{KAC} = 90^\circ - \widehat{AKC} = 90^\circ - 75^\circ = 15^\circ$ .

Suy ra  $AH = 2R \cos 60^\circ = R$ .

**Bước 1: Chứng minh  $AK \perp EF$  tại  $M$**

Gọi  $M$  là giao điểm của  $AK$  và  $EF$ .

Vì  $K$  thuộc đường tròn đường kính  $AK$  nên  $\widehat{ACK} = 90^\circ$ . Trong  $\Delta AKC$  vuông tại  $C$ , ta có  $\widehat{KAC} = 15^\circ$ .

Mặt khác,  $\widehat{FAM} = \widehat{BAC} - \widehat{KAC} = 60^\circ - 15^\circ = 45^\circ$ .

Vì tứ giác  $BFEC$  nội tiếp nên góc ngoài tại đỉnh  $F$  bằng góc trong tại đỉnh đối diện:  $\widehat{AFM} = \widehat{ACB} = 45^\circ$ .

Xét  $\Delta AMF$ , ta có  $\widehat{AMF} = 180^\circ - (\widehat{FAM} + \widehat{AFM}) = 180^\circ - (45^\circ + 45^\circ) = 90^\circ$ .

$\Rightarrow AK \perp EF$  tại  $M$ . Do đó  $AM$  chính là đường cao hạ từ  $A$  xuống  $EF$  của  $\Delta AEF$ .

**Bước 2: Tính độ dài đường cao  $AD$  và  $AM$**

Xét  $\Delta AKC$  vuông tại  $C$ , ta có:

$$AC = AK \sin \widehat{AKC} = 2R \sin 75^\circ = 2R \cdot \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4} = \frac{R(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2}$$

Xét  $\Delta ADC$  vuông tại  $D$  có  $\widehat{C} = 45^\circ$  nên  $\Delta ADC$  vuông cân tại  $D$ . Do đó:

$$AD = AC \sin 45^\circ = \frac{R(\sqrt{6} + \sqrt{2})}{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{R(2\sqrt{3} + 2)}{4} = \frac{R(\sqrt{3} + 1)}{2}$$

Vì  $\triangle AEF \sim \triangle ABC$  với tỉ số đồng dạng  $k' = \cos A = \cos 60^\circ = \frac{1}{2}$ , nên tỉ số hai đường cao tương ứng cũng bằng  $\frac{1}{2}$ :

$$AM = \frac{1}{2}AD = \frac{R(\sqrt{3} + 1)}{4}$$

**Bước 3: Tính đoạn AI và tỉ số k**

Xét  $\triangle AMI$  vuông tại  $M$ , ta có  $\widehat{AIM} = \widehat{AIE} = 180^\circ - (\widehat{IAE} + \widehat{AEI}) = 180^\circ - (45^\circ + 75^\circ) = 60^\circ$ .

$$\Rightarrow AI = \frac{AM}{\sin 60^\circ} = \frac{\frac{R(\sqrt{3} + 1)}{4}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{R(3 + \sqrt{3})}{6}$$

Từ đó ta tìm được tỉ số:

$$k = \frac{AI}{AH} = \frac{\frac{R(3 + \sqrt{3})}{6}}{R} = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$$

**Bước 4: Tính diện tích tam giác IHJ**

Kẻ  $HQ \perp AK$  tại  $Q$ . Trong  $\triangle AHQ$  vuông tại  $Q$  có  $\widehat{HAQ} = \widehat{HAK} = 60^\circ - 15^\circ - 15^\circ = 30^\circ$ :

$$HQ = AH \sin 30^\circ = R \cdot \frac{1}{2} = \frac{R}{2}$$

Diện tích tam giác  $AHK$ :

$$S_{AHK} = \frac{1}{2}AK \cdot HQ = \frac{1}{2}(2R) \left(\frac{R}{2}\right) = \frac{R^2}{2}$$

Sử dụng tỉ số diện tích khi  $IJ \parallel HK$ :

$$S_{IHJ} = S_{AHJ} - S_{AIJ} = \frac{AJ}{AK} S_{AHK} - \left(\frac{AI}{AH}\right)^2 S_{AHK} = k(1 - k)S_{AHK}$$

Với  $k = \frac{3 + \sqrt{3}}{6}$ , ta tính được  $k(1 - k) = \frac{3 + \sqrt{3}}{6} \cdot \frac{3 - \sqrt{3}}{6} = \frac{9 - 3}{36} = \frac{1}{6}$ .

$$\Rightarrow S_{IHJ} = \frac{1}{6} \cdot \frac{R^2}{2} = \frac{R^2}{12}$$

Nguyễn Văn Hàn

THPT Vĩnh Viễn